

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS
ÉCOLE SUPÉRIEURE DES GÉOMÈTRES ET TOPOGRAPHES

CONCOURS D'ENTRÉE

TS et TS'

Session 2010

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures – Coefficient : 2

Documents Interdits

Calculatrice fournie par l'ESGT uniquement.

Le sujet comporte 2 pages
avec 8 exercices.

CONCOURS ESGT TS-TS' 2010

Les huit exercices sont indépendants et devront être traités dans l'ordre

EXERCICE N° 1

Déterminer algébriquement le sinus de l'angle $\alpha \in]\pi, 3\pi/2[$ dont la tangente est égale à $\sqrt{2}$

EXERCICE N° 2

Soit la suite des nombres complexes $\{Z_n\}$ définie par :

$$Z_n = \frac{1-i}{(1+i)^n} \text{ avec } n \text{ entier naturel inférieur à } 10 \text{ et } i \text{ tel que } i^2 = -1.$$

Quels sont les éléments imaginaires purs de la suite ?

EXERCICE N° 3

Retrouver l'équation réduite et le centre de la conique d'équation :

$$10x^2 + 2y^2 + 80x - 4y + 142 = 0$$

EXERCICE N° 4

Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^{10} (100 - x^2)^{1/2} dx$

On effectuera le changement de variable $x = 10 \cos(t)$

Retrouver le résultat graphiquement

EXERCICE N° 5

5.1/ Etudier les variations de la fonction numérique de la variable réelle non nulle x

$$h : x \rightarrow (x+1) \exp(-1/x)$$

5.2/ Fournir les coordonnées du point d'inflexion.

EXERCICE N° 6

Confirmer ou infirmer l'égalité suivante à l'aide d'un raisonnement par

réurrence : $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$

(n entier naturel non nul)

EXERCICE N° 7

Soit la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$g : x \rightarrow \exp(\sin x)$$

Fournir le développement limité de g à l'ordre 3 au voisinage de 0 .

EXERCICE N° 8

Un code secret est constitué de 2 lettres suivies de 3 chiffres.

Toutes les voyelles de l'alphabet et tous les chiffres sont autorisés.

Donner le nombre de codes possibles sachant que seules les voyelles peuvent être répétées.