

CONCOURS ESGT 2006
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve de mathématiques comporte six exercices.

Exercice I

Résoudre le système trigonométrique suivant :

$$\begin{cases} \cos^3 x + \sin^3 x = 1 \\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \end{cases}$$

On posera $P = \sin x \cos x$ et $S = \sin x + \cos x$ dans les identités remarquables.

Exercice II

Soit le nombre complexe suivant : $Z = \frac{4}{1 + i\sqrt{3}}$.

2.1) Écrire sous forme algébrique et trigonométrique les racines carrées notées z_1 et z_2 du nombre Z .

2.2) Représenter les points images M_1 et M_2 des affixes respectifs z_1 et z_2 sur le plan complexe.

Exercice III

Trente machines identiques fonctionnent en même temps.

La probabilité pour que l'une d'elles tombe en panne dans la journée est de 0,05.

2 personnes A et B parient le matin sur le nombre de machines qui tomberont en panne durant la journée.

A parie qu'il n'y en aura aucune et B qu'il y en aura 2.

Laquelle des deux a-t-elle le plus de chances de gagner son pari ?

Exercice IV

4.1) Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout x différent de -1 et de -2 :

$$f(x) = \frac{2}{(1+x)^2(2+x)} = \frac{a}{(1+x)^2} + \frac{b}{(1+x)} + \frac{c}{2+x}.$$

4.2) Fournir une primitive F de la fonction f .

4.3) Calculer $K = \int_0^1 f(t) dt$ et en fournir une valeur approchée à 10^{-2} .

Exercice V

Étudier et représenter la fonction f de l'exercice précédent en vous limitant exclusivement au report des résultats dans la grille donnée en annexe.

Exercice VI

Calculer la limite de la fonction suivante :

$$Y(x) = (e^x - e^{\sin x}) / (x - \sin x) \quad \text{quand } x \rightarrow 0.$$

Rappel : $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$ et $e^x = 1 + x + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$

Numéro de copie :

ANNEXE A RESTITUER AVEC LA COPIE

EXERCICE N°5

| | |
|------------------------------------|--|
| Domaine de définition | |
| Equation des asymptotes | |
| Expression de la dérivée | |
| Valeurs d'annulation de la dérivée | |
| Tableau des variations | |
| Graphe | |