

BREVET DE TECHNICIEN ENCADREMENT DE CHANTIER

Session 2003

MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 3

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986. La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

EXERCICE (9 points)

Un grand magasin veut représenter son logo à l'entrée du parking clientèle, selon la figure 1 de la feuille annexe jointe.

Le demi-disque de diamètre $[AB]$, noté Σ , les surfaces délimitées par les triangles BEI et CDI seront peintes en rouge et la surface délimitée par le quadrilatère $ABIH$ sera peinte en blanc.

L'unité de longueur adoptée est le mètre. L'unité d'aire est le mètre carré.

I. Calcul de l'aire de la surface peinte en blanc (Voir la figure 2 de la feuille annexe)

- 1) $ABCD$ est un carré de côté 18. Le point E est sur la demi-droite $[AB)$, hors du segment $[AB]$, tel que $BE = 6$.
Calculer DE .
- 2) La droite (DE) coupe la droite (BC) en I .
 - a) Montrer que : $BI = 4,5$.
 - b) Calculer l'aire du trapèze $ABID$.
- 3) Le point H est à l'intersection de la droite (DE) et de la droite perpendiculaire à (DE) passant par A .
 - a) En utilisant les triangles ADH et ADE , montrer que les angles \widehat{DAH} et \widehat{AED} ont même mesure.
 - b) Exprimer les sinus des angles \widehat{DAH} et \widehat{AED} dans les triangles ADH et ADE respectivement.
En déduire la valeur exacte de DH .
 - c) Déterminer AH et l'aire du triangle AHD .
- 4) Montrer que l'aire de la surface peinte en blanc est égale à $124,74 \text{ m}^2$.

II. Calcul de l'aire de la surface Σ hachurée sur la figure 3 de la feuille annexe.

- 1) Soit O le milieu du segment $[AI]$ et soit Γ le cercle de centre O et de diamètre $[AI]$.
Justifier que ce cercle Γ passe par le point B .
- 2) La droite passant par O et parallèle à (BI) coupe la droite (AB) en K et l'arc \widehat{AB} (tracé en trait plein) en F .
 - a) Calculer OK et l'aire du triangle AOK . En donner les valeurs exactes.
 - b) Calculer AO^2 .
 - c) Calculer la valeur exacte de $\tan \widehat{AOK}$.
En déduire la valeur approchée, à 10^{-4} près par défaut, de \widehat{AOK} , en radians.
 - d) Déterminer l'aire du secteur angulaire AOF , en arrondissant à 10^{-2} près.
En déduire l'aire de Σ à 10^{-2} près.
Rappel : l'aire du secteur angulaire d'angle α et de rayon r est $\frac{r^2\alpha}{2}$, α étant en radians.

III. Calcul de l'aire de la surface peinte en rouge.

- 1) Calculer les aires des triangles BEI et CDI .
- 2) Déterminer l'aire de la surface peinte en rouge, à 10^{-2} près.

BT ENCADREMENT DE CHANTIER			Session 2003
MATHEMATIQUES	Durée : 2 h	Coefficient 3	Page 1/3

FEUILLE ANNEXE DE L'EXERCICE

Figure 1

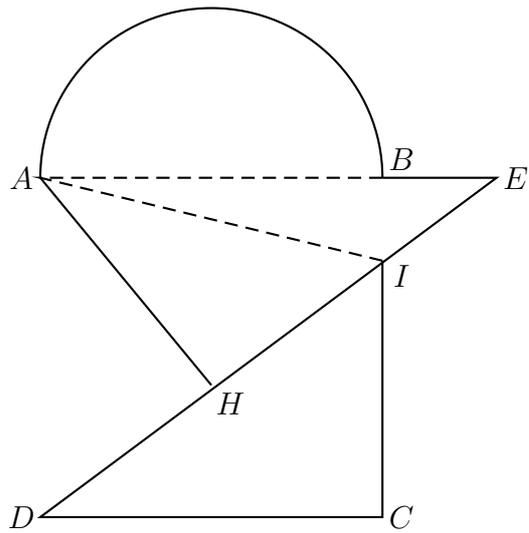


Figure 2

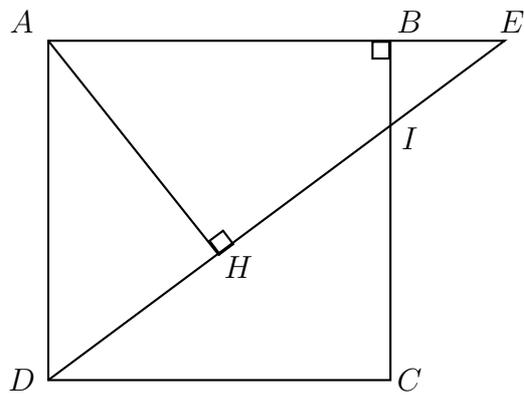
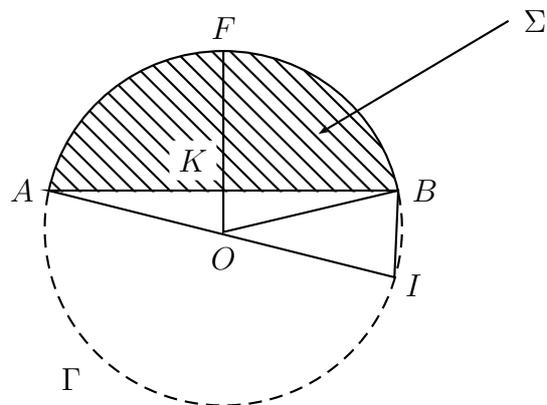


Figure 3



BT ENCADREMENT DE CHANTIER			Session 2003
MATHEMATIQUES	Durée : 2 h	Coefficient 3	Page 2/3

PROBLEME (11 points)

On se propose d'étudier la fonction numérique f définie, pour tout nombre réel x , par :

$$f(x) = 2x + 4 - e^x.$$

On appelle C la courbe de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ avec pour unités graphiques 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.

- 1) Calculer $f(0)$ et $f(\ln 2)$. Donner les valeurs exactes.
- 2) Vérifier que, pour tout nombre réel x non nul, $f(x) = x \left(2 + \frac{4}{x} - \frac{e^x}{x} \right)$.
En déduire la limite de f en $+\infty$.
- 3) a) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
b) Déterminer la limite de $f(x) - (2x + 4)$ quand x tend vers $-\infty$.
En déduire que la droite D , d'équation $y = 2x + 4$, est une asymptote oblique à la courbe C .
- 4) a) Pour tout nombre réel x , calculer $f'(x)$, f' désignant la fonction dérivée de f .
b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, l'équation $f'(x) = 0$, puis l'inéquation $f'(x) > 0$.
c) Dresser le tableau de variation de f . Préciser la valeur exacte de l'extremum de f .
- 5) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C de f au point A d'abscisse 0.
- 6) Compléter le tableau avec des valeurs approchées à 0,01 près par défaut :

x	-1	0	0,5	1	2	3
$f(x)$						
- 7) Tracer les droites T et D et la courbe C .
- 8) a) Déterminer une primitive F de f sur l'ensemble des nombres réels.
b) Soit Δ la partie du plan délimitée par la courbe C , les axes du repère et la droite d'équation $x = 2$.
Hachurer Δ .
Déterminer la valeur exacte de l'aire de Δ , en unités d'aire. Puis, en donner une valeur approchée arrondie au mm^2 .

BT ENCADREMENT DE CHANTIER			Session 2003	
MATHEMATIQUES	Durée : 2 h	Coefficient 3	Page 3/3	