Corrigé du Devoir maison n°3

Exercice I

Barème
Total 12pts
1) 3pts
2) 4pts
3)a) 3pts
b) 2pts

1°) a) $x^2+10x=(x+5)^2-5^2=\boxed{(x+5)^2-25}$.

b) $x^2-8x+16=\boxed{(x-4)^2}$.

c) $x^2-7x+5=(x-3{,}5)^2-3{,}5^2+5=\boxed{(x-3{,}5)^2-7{,}25}$.

d) $-x^2-8x-14=-(x^2+8x)-14=-[(x+4)^2-4^2]-14$
$=-(x+4)^2+16-14=\boxed{-(x+4)^2+2}$.

e) $6x^2-12x+10=6\,(x^2-2\,x)+10$
$=6\left[(x-1)^2-1^2\right]+10$
$=6\,(x-1)^2-6+10=\boxed{6\,(x-1)^2+4}$.

f) $7x^2-5x-4=7\left(x^2-\dfrac{5}{7}\,x\right)-4=7\left[\left(x-\dfrac{5}{14}\right)^2-\left(\dfrac{5}{14}\right)^2\right]-4$
$=7\left(x-\dfrac{5}{14}\right)^2-\dfrac{25}{28}-4=\boxed{7\left(x-\dfrac{5}{14}\right)^2-\dfrac{137}{28}}$.

2°) Il faut utiliser les formes canoniques trouvées au 1°).

a) $x^2-7x+5=(x-3{,}5)^2-7{,}25$ donc $\alpha=3{,}5$, $\beta=-7{,}25$ et $a=1$ est positif donc :

x	$-\infty$		$3{,}5$		$+\infty$
Variations de f	$+\infty$	$\searrow$	$-7{,}25$	$\nearrow$	$+\infty$

b) $-x^2-8x-14=-(x+4)^2+2$ donc $\alpha=-4$, $\beta=2$ et $a=-1$ est négatif donc :

x	-5		-4		3
Variations de g	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-47

c) $6x^2-12x+10=6\,(x-1)^2+4$ donc $\alpha=1$ n'appartient pas à l'intervalle $[\,2\,;\,7\,]$. Comme $a=6$ est positif, la fonction serait décroissante sur $]-\infty\,;\,1\,]$ et décroissante sur $[\,1\,;\,+\infty\,[$ donc :

x	2		7
Variations de h	10	$\nearrow$	220

3°) a) $f(x)=(x-3{,}5)^2-7{,}25=(x-3{,}5)^2-(\sqrt{7{,}25})^2$
$=(x-3{,}5-\sqrt{7{,}25})(x-3{,}5+\sqrt{7{,}25})$.
$g(x)=-(x+4)^2+2=2-(x+4)^2=(\sqrt{2})^2-(x+4)^2=(\sqrt{2}-(x+4))(\sqrt{2}+(x+4))=(\sqrt{2}-x-4)(\sqrt{2}+x+4)$.
$h(x)=6\,(x-1)^2+4=6\,[(x-1)^2+4/6]$.
La parenthèse n'est pas de la forme a^2-b^2 donc h n'a pas de forme factorisée.

b) $f(x)=0\iff(x-3{,}5-\sqrt{7{,}25})(x-3{,}5+\sqrt{7{,}25})=0$
$\iff(x-3{,}5-\sqrt{7{,}25})=0$ ou $(x-3{,}5+\sqrt{7{,}25})=0$
$\iff x=3{,}5+\sqrt{7{,}25}$ ou $x=3{,}5-\sqrt{7{,}25}$.
$g(x)=0\iff(\sqrt{2}-x-4)(\sqrt{2}+x+4)=0$
$\iff(\sqrt{2}-x-4)=0$ ou $(\sqrt{2}+x+4)=0$
$\iff x=-4+\sqrt{2}$ ou $x=-4-\sqrt{2}$ mais $-4-\sqrt{2}\notin[-5\,;\,3\,]$.
h n'a pas de forme factorisée donc l'équation $h(x)=0$ n'a pas de solution.

Exercice II

Barème
Total 5pts
1) 1+1pts
2) 1pts
3) 2pts

1°) Avec $a=1$: i ← a+2=3 ; i ← $3^2=9$; k ← 5 et ℓ ← 4.
Les valeurs de ℓ sont : 4 ; 8 ; 16 ; 28.

2°) Il semblerait que le résultat soit 4 fois le nombre choisi.

3°) Avec un a quelconque :
i ← a+2 ; i ← (a+2)^2 ; k ← a^2+4 et ℓ ← (a+2)^2 − (a^2+4).
Or, en utilisant une identité remarquable :
$(\mathrm{a}+2)^2-(\mathrm{a}^2+4)=\mathrm{a}^2+2\times\mathrm{a}\times2+2^2-\mathrm{a}^2-4=\boxed{4\ \mathrm{a}}$: le résultat affiché est donc bien le quadruple du nombre choisi.

Exercice III

Barème
Total 3pts

FIL est rectangle en I donc, d'après le théorème de Pythagore,
$FL^2=FI^2+IL^2=\left(\sqrt{17}+1\right)^2+\left(\sqrt{17}-1\right)^2$
$=\left(\sqrt{17}\right)^2+2\times\sqrt{17}\times1+1^2+\left(\sqrt{17}\right)^2-2\times\sqrt{17}\times1+1^2$
$=17+2\sqrt{17}+1+17-2\sqrt{17}+1=36$ donc $FL=\sqrt{36}=\boxed{6}$.