Corrigé du Devoir maison n°10

Exercice I

Barème
1)a) 0,5pts
b) 1pts
c) 1pts
d) 1,5pts
e) 2pts
2) 2pts

1°) a) Nous cherchons $p(E_1)$. Il y a 5 boules rouges sur 7 boules en tout et il y a équiprobabilité donc $p(E_1) = \boxed{\frac{5}{7}}$.

b) Nous cherchons la probabilité conditionnelle $p_{E_1}(E_2)$. Si la première boule est rouge alors il reste 4 boules rouges sur 6 boules restantes donc $p_{E_1}(E_2) = \frac{4}{6} = \boxed{\frac{2}{3}}$.

c) Nous cherchons la probabilité conditionnelle $p_{\bar{E}_1}(E_2)$. Si la première boule n'est pas rouge alors il reste 5 boules rouges sur 6 boules restantes donc $p_{\bar{E}_1}(E_2) = \boxed{\frac{5}{6}}$.

d) Les deux boules soient rouges. Nous cherchons $p(E_1 \cap E_2)$. Or : $p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \times p_{E_1}(E_2) = \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{10}{21}}$ (on pouvait aussi utiliser un arbre pondéré).

e) Nous cherchons la probabilité conditionnelle $p_{E_2}(E_1)$. La logique (ou le « bon sens ») ne semble pas permettre de trouver la réponse, utilisons alors les formules du cours : $p_{E_2}(E_1) = \frac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_2)}$.

Il reste à calculer $p(E_2)$:

$p(E_2) = p(E_1 \cap E_2) + p(\bar{E}_1 \cap E_2) = \frac{10}{21} + p(\bar{E}_1) \times p_{\bar{E}_1}(E_2) = \frac{10}{21} + \frac{2}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$ (on pouvait aussi compléter un tableau à double entrée) d'où $p_{E_2}(E_1) = \frac{10/21}{5/7} = \boxed{\frac{2}{3}}$.

2°) Dans le cas d'un tirage avec remise, les événements E_1 et E_2 sont indépendants.

a) $p(E_1) = \frac{5}{7}$.

b) $p_{E_1}(E_2) =^{(*)} p(E_2) =^{(**)} p(E_1) = \boxed{\frac{5}{7}}$.

$^{(*)}$ car E_1 et E_2 sont indépendants
$^{(**)}$ du fait qu'il y a remise : on revient « à zéro » après le premier tirage.

c) E_1 et E_2 sont indépendants donc la réalisation de E_1 ou de son contraire n'influe pas sur celle de E_2 donc $p_{\bar{E}_1}(E_2) = p(E_2) = \boxed{\frac{5}{7}}$.

d) E_1 et E_2 sont indépendants donc $p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \times p(E_2) = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \boxed{\frac{25}{49}}$.

e) E_1 et E_2 sont indépendants donc $p_{E_2}(E_1) = p(E_1) = \boxed{\frac{5}{7}}$.

Exercice II

Barème
1) 2pts
2)a) 0,5pts
b) 0,5pts
c) 1,5pts
d) 1,5pts

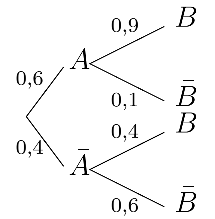
1°) $p(\bar{A}) = 0{,}4$ donc $p(A) = 0{,}6$ et $p_A(\bar{B}) = 0{,}1$ donc $p_A(B) = 0{,}9$.
$p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = 0{,}6 \times 0{,}9 = 0{,}54$.
Ces valeurs (avec celles déjà présentes dans le tableau et dans l'arbre) permettent de compléter le tableau :

	A	$\bar{A}$	
B	0,54	0,16	0,7
$\bar{B}$	0,06	0,24	0,3
	0,6	0,4	

Pour compléter l'arbre :

$p_{\bar{A}}(B) = \frac{p(\bar{A} \cap B)}{p(\bar{A})} = \frac{0{,}16}{0{,}4} = 0{,}4$

donc $p_{\bar{A}}(\bar{B}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.



2°) a) $p(B \cap \bar{A}) = 0{,}16$ d'après le tableau (ou $0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$ avec l'arbre).

b) $p_{\bar{A}}(B) = 0{,}4$ d'après l'arbre et le calcul fait au 1°).

c) $p(\bar{A} \cup \bar{B}) = p(\bar{A}) + p(\bar{B}) - p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}24 = 0{,}46$ d'après le tableau.

d) $p_B(\bar{A}) = \frac{p(B \cap \bar{A})}{p(B)} = \frac{0{,}16}{0{,}7} = \frac{8}{35}$.