

Corrigé du DM6

85 page 183 ; 109, 111, 114, 115, 118 page 52

85 a. $x = -\frac{\pi}{4}$ b. $x = \frac{4\pi}{3}$ c. $x = \frac{11\pi}{6}$

Détails pour le b) (pensez à dessiner un cercle trigonométrique) :

- d'après le cours, $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ donc, par symétrie avec l'axe des y, nous avons $\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ donc $\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ d'où une première solution : $x = \frac{2\pi}{3}$;
- par ailleurs, pour tout x , $\cos(-x) = \cos x$ d'où une deuxième solution : $x = -\frac{2\pi}{3}$;
- enfin, nous pouvons ajouter des tours, les solutions s'écrivent donc : $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, où k est un entier relatif.

Ici, l'énoncé dit que x est compris entre π et 2π donc il faut prendre

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi = \frac{4\pi}{3} .$$

Pour ceux qui ont répondu $x = -\frac{2\pi}{3}$, remarquez que $-\frac{2\pi}{3}$ n'est pas entre π et 2π car $-\frac{2\pi}{3}$ est négatif et un nombre négatif ne peut pas être entre deux nombres positifs.

109 • $u_{10} = u_5 \times q^{10-5} = 3 \times 3^5 = 3^6$.

• $u_0 = u_5 \times q^{-5} = \frac{3}{3^5} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

111 $u_{12} = u_{10} \times q^2$, soit $32 = 2q^2$, d'où $q^2 = 16$.

Or $q > 0$, donc $q = 4$.

$$u_7 = u_{10} \times q^{-3} = 2 \times \frac{1}{4^3} = \frac{1}{32}.$$

Remarque : l'énoncé ne dit pas que $q > 0$ en fait donc $q = -4$ et $u_7 = -1/32$ sont aussi des réponses acceptables.

114 $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{6^{n+3}}{6^{n+2}} = 6$, donc $u_{n+1} = 6u_n$.

La suite (u_n) est donc géométrique de raison 6.

115 $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5}{\frac{4^{n+2}}{5}} = \frac{5}{4^{n+2}} \times \frac{4^{n+1}}{5} = \frac{1}{4}$, donc $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n$.

La suite (u_n) est donc géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

118 1. À chaque pliage, l'épaisseur est doublée, donc (e_n) est une suite géométrique de raison 2.

$$e_2 = 0,6, e_3 = 1,2 \text{ et } e_4 = 2,4.$$

2. $e_n = 0,15 \times 2^n$.

$$\text{On a alors } e_{20} = 0,15 \times 2^{20} = 157\,286,4.$$

On obtient une épaisseur d'environ 157 mètres.