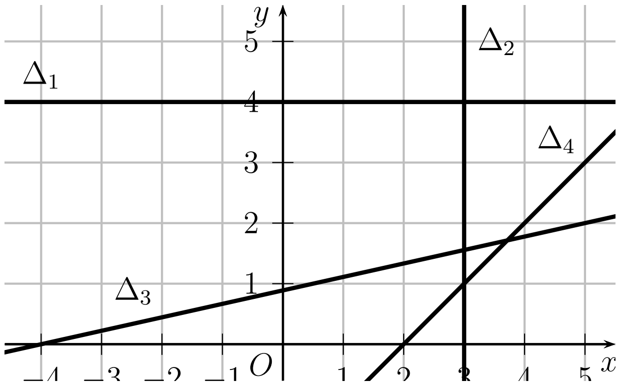
Exercices : équations de droites

Exercice I



1°) a) Donnez un vecteur directeur et un vecteur normal (à coordonnées entières) pour chacune des droites représentées ci-dessus.

b) Même question avec un vecteur directeur de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$.

2°) Placez le point $K\ (1\,;\,3)$. Construisez la droite d passant par K et ayant pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Exercice II (appartenance d'un point à une droite)

1°) Le point $T\ (-2\,;\,3)$ appartient-il à chacune des droites définies par les équations suivantes :
$d_1 : 3y-1=0$; $d_2 : x+y=0$; $d_3 : 2x-3y+13=0$; $d_4 : 4x+8=0$

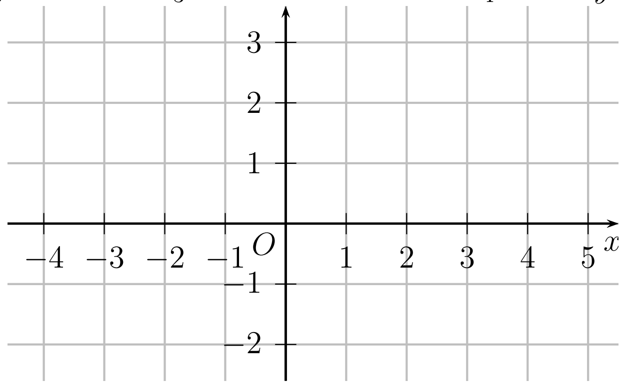
2°) Soit d la droite d'équation $5x-3y+15=0$. Parmi les points suivants, lesquels sont sur la droite d ?
$A\ (-2\,;\,3)$ $B\ (-3\,;\,0)$ $C\ (0\,;\,4)$ $D\ (3\,;\,10)$ $E\ (6\,;\,15)$

3°) Déterminez, parmi les équations suivantes, lesquelles peuvent correspondre à la droite Δ_3 de l'exercice I :
$Eq.1 : 2x+8=0$ $Eq.2 : 2x-9y+8=0$ $Eq.3 : x-9y+4=0$
$Eq.4 : -x+4{,}5y-4=0$ $Eq.5 : y-2=0$ $Eq.6 : x+y+4=0$
$Eq.7 : (x+4)(x-3)-9y=0$

Exercice III (tracé d'une droite connaissant une de ses équations)

1°) Soit $d_1 : 2x+3y-4=0$. Complétez :
« $A\ (-1\,;\,\dots)$ et $B\ (\dots\,;\,0)$ sont deux points de d_1 ».

2°) Tracez sur le graphique ci-dessous la droite d_1 ainsi que les droites
$d_2 : x+y=0$ $d_3 : 4x-12=0$ $d_4 : 4x-y+2=0$



Exercice IV (trouver une équation de droite passant par deux points connus)

1°) Nous cherchons dans cette question une équation cartésienne de la droite (AB) passant par $A\ (3\,;\,-1)$ et $B\ (-2\,;\,0)$.

a) Soit $M\ (x\,;\,y)$. Écrivez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$.

b) Complétez le raisonnement suivant qui permet de trouver une équation de (AB) :

$M\ (x\,;\,y) \in (AB) \iff \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{pmatrix}$ colinéaire à $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{pmatrix}$

$\iff \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM}) = \dots \iff \begin{vmatrix} \dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots & \dots\dots\dots \end{vmatrix} = \dots$

$\iff$ .... $= \dots$

$\iff$ .... $= \dots$

donc (AB) : ....

2°) Cherchez de même une équation cartésienne de la droite (CD) passant par $C\ (-2\,;\,-3)$ et $D\ (4\,;\,-5)$.

3°) Vérifiez que vos équations sont justes.

Exercice V (vecteurs directeurs et équations de droites)

1°) Donnez un vecteur directeur et un vecteur normal pour chacune des droites définies par les équations suivantes :

Droites	$d_1 : 3x-4y-1=0$	$d_2 : 3y-x-3=0$	$d_3 : y=4x-2$
Vect. dir.	$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$	$\vec{u}_2 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$	$\vec{u}_3 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$
Vect. norm.	$\vec{n}_1 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$	$\vec{n}_2 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$	$\vec{n}_3 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

2°) Donnez une équation de trois droites quelconques ayant pour vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Exercice VI (trouver une équation de droite avec un point et un vecteur directeur)

1°) La droite d passe par $K\ (-1\,;\,3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

a) Complétez la phrase suivante : « une équation cartésienne de d s'écrit $\dots\dots x + \dots\dots y + \dots\dots = 0$

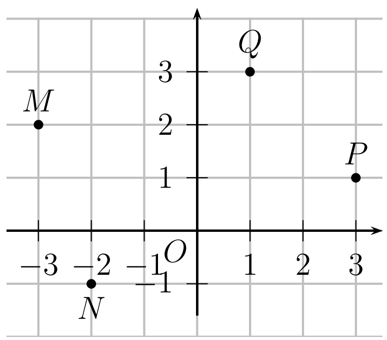
b) En utilisant les coordonnées de K, terminez de trouver une équation cartésienne de d.

2°) Déterminez une équation cartésienne de la droite Δ passant par $L\ (4\,;\,5)$ et ayant pour vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$.

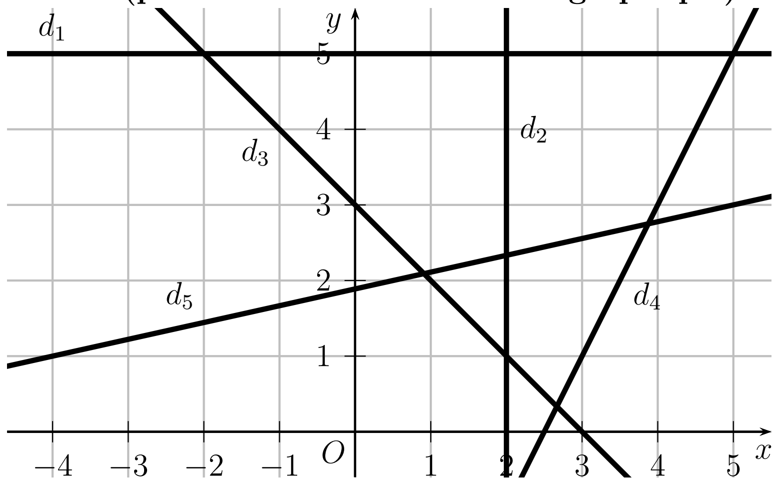
Exercice VII (recherche d'une équation cartésienne de droite)

1°) Cherchez une équation cartésienne de la droite (MP) en utilisant la méthode utilisée dans l'exercice IV.

2°) Cherchez une équation cartésienne de la droite (NQ) en utilisant la méthode utilisée dans l'exercice VI.



Exercice VIII (pente d'une droite avec un graphique)



1°) Donnez par lecture graphique la pente (le coefficient directeur), quand elle existe, des droites d_1, d_2, d_3, d_4.

2°) a) Donnez les coordonnées de deux points A et B de d_5.

b) Calculez la pente de d_5.

3°) Tracez la droite d_6, passant par $C\ (-3\,;\,4)$ et de pente $-\dfrac{1}{3}$.

Exercice IX (pente d'une droite avec une équation)

Déterminez la pente, quand elle existe, de chacune des droites suivantes :

$d_1 : y = 5x - 2$ $\quad d_2 : 6x - 3y + 5 = 0$ $\quad d_3 : x - 5y + 1 = 0$

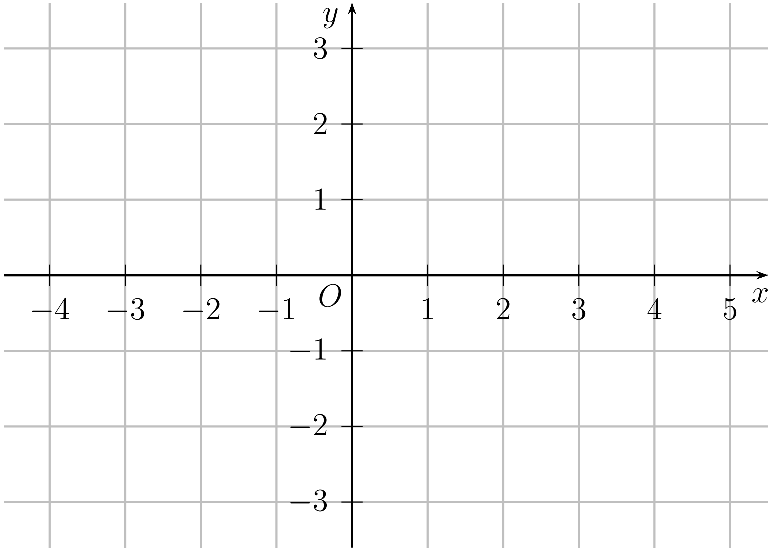
$d_4 : y = 4 - x$ $\quad d_5 : 2x + 7y = 5$ $\quad d_6 : 5x - 8 = 0$

Exercice X (tracé d'une droite connaissant son équation réduite)

Tracez les droites d'équations réduites :

$d_1 : y = x$ $\quad d_2 : y = -2\,x + 2$ $\quad d_3 : x = 4$

$d_4 : y = 4 - x$ $\quad d_5 : y = -0{,}5\,x - 1$ $\quad d_6 : y = \dfrac{1}{3}\,x + 3$



Exercice XI (équation réduite à partir d'un point et de la pente)

1°) Trouvez l'équation réduite de la droite d passant par $A\ (-4\,;\,7)$ et de pente 3.

2°) Même question avec d' passant par $B\ (-3\,;\,-2)$ et de pente $-\dfrac{1}{4}$.

Exercice XII (équation réduite à partir de deux points)

1°) Trouvez l'équation réduite de la droite d passant par $A\ (-4\,;\,7)$ et $B\ (-3\,;\,5)$.

2°) Trouvez l'équation réduite de la droite d' passant par $E\ (1\,;\,-3)$ et $F\ (-4\,;\,-1)$.

Exercice XIII (alignement de trois points)

Le but de cet exercice est de savoir (de trois façons) si les trois points $A\ (-4\,;\,7)$, $B\ (-3\,;\,5)$ et $C\ (6\,;\,-10)$ sont alignés.

1°) Calculez une équation cartésienne de (AB). Conclure.

2°) Calculez l'équation réduite de (AB). Conclure.

3°) Utilisez les vecteurs colinéaires pour retrouver la réponse.

Exercice XIV (droites sécantes ou pas)

Dans chaque question, déterminez si les droites d et d' sont sécantes :

1°) $d : y = 3\,x + 2$ et $d' : y = 2\,x + 3$

2°) $d : 2\,x - 5\,y + 3 = 0$ et $d' : 3\,x - 2\,y + 1 = 0$

3°) $d : 10\,x - 14\,y + 23 = 0$ et $d' : -15\,x + 21\,y + 16 = 0$

4°) $d : 2\,x - 5\,y + 3 = 0$ et $d' : y = 0{,}5\,x - 4$

Exercice XV (intersection de droites)

Pour chaque question de l'exercice précédent, déterminez le point d'intersection des droites d et d', quand elles sont sécantes.

Exercice XVI

Chez l'électricien :

« Bonjour, Monsieur, je voudrais 3 ampoules de 100 W et 2 ampoules de 50 W.

– Voilà, cela fait 27 €.

– Oh, excusez moi, c'est le contraire ! Je voulais 2 ampoules de 100 W et 3 de 50 W !

– Ce n'est pas grave, les voici, et, en plus, je vous redonne 1,50 €. »

Combien coûte une ampoule de 100 W ? une ampoule de 50 W ?

Démarche générale pour ce genre de problème : – nommer les inconnues ; – traduire les phrases (les conditions) en équations (ou en inéquations parfois) ; – résoudre le système obtenu.

Note : les phrases se traduisent ici en équations des droites que vous pourrez tracer sur votre cahier ou sur calculatrice.

La réponse sera alors obtenue graphiquement puis par le calcul.

Exercice XVII

Un commerçant décide d'augmenter ses prix de 10 euros.

Un autre commerçant décide d'augmenter ses prix de 5 %.

Pour quel(s) prix obtiendra-t-on le même résultat ?

Exercices : équations de cercles dans le plan

On se place, dans toute la fiche, dans un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$ orthonormé.

Exercice I

1°) a) Tracer le cercle $(\mathscr{C}_1)$ de centre $\Omega\,(3\,;\,2)$ et de rayon 4.

b) Placer le point $K\,(1\,;\,5{,}5)$. Est-il sur le cercle $\mathscr{C}_1$?

c) Soit $M\,(x\,;\,y)$ un point du plan.
Démontrer que M est sur le cercle $(\mathscr{C}_1)$ si et seulement si

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0.$$

Cette condition est une équation du cercle $(\mathscr{C}_1)$.

On passera ici au cours...

d) Déterminer l'ordonnée du (des) point(s) N du cercle qui a (ont) pour abscisse 1 (s'il y en a !).

2°) Soient les points $A\,(-2\,;\,3)$ et $B\,(2\,;\,1)$.

a) Donner une équation de la droite (AB).

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle $\mathscr{C}_1$ et de la droite (AB), s'il y en a.

3°) Soit le cercle $(\mathscr{C}_2)$ de centre $A\,(-2\,;\,3)$ passant par Ω.

a) Déterminer le rayon du cercle $(\mathscr{C}_2)$.

b) Dire si les cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ sont sécants.

c) Déterminer une équation du cercle $(\mathscr{C}_2)$.

d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des cercles $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$, s'il y en a.

Exercice II (équations de cercles ?)

Dire si les équations suivantes sont des équations de cercles et, dans l'affirmative, déterminer le centre et le rayon de ces cercles :

1°) $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$	2°) $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$
3°) $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 4 = 0$	4°) $x^2 - 2y^2 + 3x - 4y - 2 = 0$
5°) $-x^2 + 2x - y^2 - 5y + 3 = 0$	6°) $x^2 - 3y - (x-1)^2 + 5 = 0$