

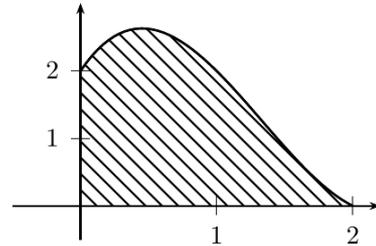
Quelques questions de base pour réviser

Exercice I : calcul intégral

1°) La courbe ci-contre représente, dans un repère d'unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées, la fonction f définie sur $[0 ; 2]$ par :

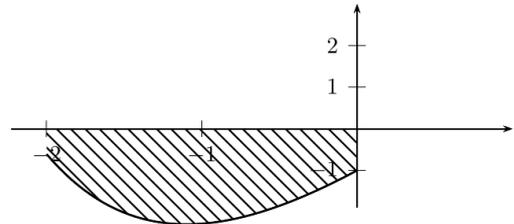
$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 2.$$

Calculez l'aire exacte de la partie hachurée.



2°) Trouvez l'aire exacte de la partie hachurée.

Données : $f(x) = e^{-x} + 3x - 2$
Unités sur les axes : 2,6 cm en abscisse ; 7 mm en ordonnée.



Exercice II : courbes paramétrées et courbure

Soit C la courbe définie par :
$$\begin{cases} x(t) = -2t^2 + 3t \\ y(t) = t^2 + 2t \end{cases} \text{ pour } t \in [0 ; 1].$$

Donnez, pour la valeur $t = 0,2$:

- les coordonnées du point ;
- les coordonnées du vecteur dérivé ;
- l'équation de la tangente ;
- l'équation de la normale ;
- le repère de Frenet ;
- le rayon de courbure ;
- les coordonnées du centre de courbure.

Exercice III : transformations géométriques

Déterminez les images :

- de la droite d'équation $y = 5x - 2$ par la translation de vecteur $\vec{u} (3 ; -1)$;
- du cercle de centre A $(-3 ; 8)$ et de rayon 5 par l'homothétie de centre B $(-1 ; -2)$ et de rapport 4 ;
- du point A $(-3 ; 8)$ par la rotation de centre B $(-1 ; -2)$ et de rapport $-\frac{\pi}{3}$;
- du point C $(-3 ; 8 ; 1)$ par la rotation autour de l'axe passant par D $(3 ; 1 ; -2)$, dirigé par \vec{i} et d'angle $\frac{\pi}{4}$;
- du point C par la symétrie par rapport au plan d'équation $x = 5y - 2z + 1$.

Réponses

Exercice I

1°) $20/3$

2°) $\frac{91}{50}(e^2 - 11)$

Exercice II

Point $\left(\frac{13}{25}, \frac{11}{25}\right)$

Vecteur $\left(\frac{11}{5}, \frac{12}{5}\right)$

Tangente : $y = \frac{12}{11}x - \frac{7}{55}$

Normale : $y = -\frac{11}{12}x + \frac{11}{12}$

Frenet : $\vec{T} = \left(11 \frac{\sqrt{265}}{265}, 12 \frac{\sqrt{265}}{265}\right)$ et $\vec{N} = \left(-12 \frac{\sqrt{265}}{265}, 11 \frac{\sqrt{265}}{265}\right)$

$$R = \frac{53}{70} \sqrt{\frac{53}{5}}$$

Centre de courbure : $\left(-\frac{227}{175}, \frac{737}{350}\right)$

Exercice III

- la droite d'équation $y = 5x - 18$;
- le cercle de centre $A'(-9 ; 38)$ et de rayon 20 ;
- environ $(6,66 ; 4,73)$;
- le point $C'(-3 ; 3,83 ; 5,07)$;
- le point $C''(-0,2 ; -6 ; 6,6)$.