

Exercices : Transformations usuelles du plan

Exercice I (translation)

Soit t la translation de vecteur $2\vec{i} - 3\vec{j}$.

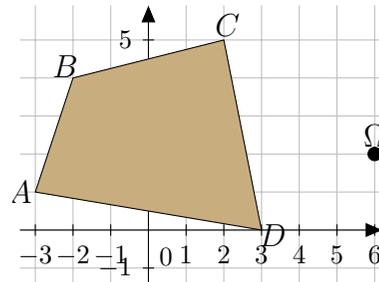
Déterminez par le calcul (puis vérifiez avec Geogebra) les images par t de :

- 1°) $A(-1; 3)$;
- 2°) la droite (d_1) d'équation $y = 4x - 1$;
- 3°) la droite (d_2) d'équation $3x + 5y + 7 = 0$;
- 4°) le cercle (C) de centre A et de rayon 4;
- 5°) le segment $[AB]$ où $B(1; -4)$;

Exercice II

Soit l'homothétie h de centre Ω et de rapport $\frac{1}{3}$.

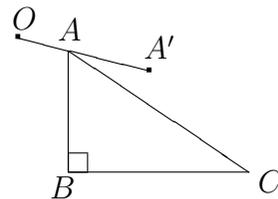
- 1°) Placez le point A' , image de A , en utilisant des longueurs.
- 2°) Déterminez les coordonnées de B' , C' et D' par le calcul.



Exercice III

Une homothétie h de centre O transforme A en A' .

- 1°) Construisez l'image du triangle ABC par h (utilisez des propriétés de l'homothétie).
- 2°) On suppose que l'aire du triangle ABC est 6 cm^2 et que le rapport de l'homothétie est 2,5. Déterminez l'aire du triangle $A'B'C'$.



Exercice IV

Soit h l'homothétie de centre $K(1; -2)$ et de rapport -4 .

Déterminez les images par h des objets définis dans l'exercice I.

Exercice V (préparation aux réflexions)

Soient, dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la droite (d) d'équation $3x - y - 6 = 0$ et A le point de coordonnées $(3; 2)$.

- 1°) A appartient-il à (d) ?
- 2°) Déterminez une équation de la droite (Δ) , perpendiculaire à (d) passant par A .
- 3°) Déduisez-en les coordonnées du projeté orthogonal de A sur (d) .
- 4°) Déduisez-en les coordonnées du symétrique de A par rapport à (d) .

Exercice VI (réflexion)

Soit s la réflexion par rapport à la droite d d'équation $x = 3y - 2$.

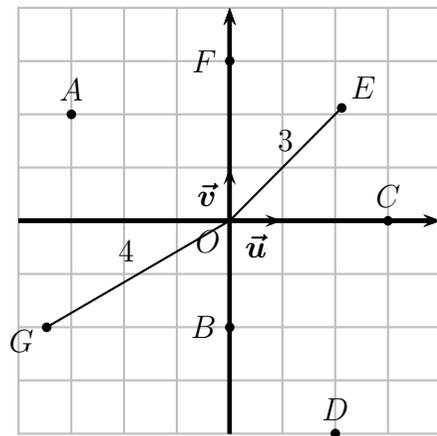
Déterminez par le calcul les images par s de :

- 1°) $A(1; 1)$;
- 2°) $B(0; 3)$;
- 3°) la droite (d_1) d'équation $x - 3y + 1 = 0$;
- 4°) la droite (d_2) d'équation $x - 3y + 9 = 0$;
- 5°) la droite (d_3) d'équation $3x + y - 5 = 0$;
- 6°) le cercle (C) de centre B et de rayon 3.

Indication : je vous conseille vivement d'utiliser Geogebra pour éviter certains calculs...

Exercice VII (lecture graphique d'affixes)

- 1°) Donnez les affixes des points A , B , C et D sous la forme algébrique.
- 2°) Donnez les affixes des points B , C , E , F et G sous la forme trigonométrique puis sous la forme exponentielle (on admet que $y_G = -2$).
- 3°) Déterminez par le calcul les formes algébriques des affixes des points E et G .



Exercice VIII (les trois formes d'un complexe)

- 1°) Complétez le tableau suivant :

Forme algébrique	Forme trigonométrique	Forme exponentielle
$z = -3i$		
		$z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$
$z = 2 + 2i$		
	$z = 2 \left(\cos \left(\frac{-2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{-2\pi}{3} \right) \right)$	
		$z = 5e^{-i\frac{3\pi}{4}}$
$z = 3 - 3\sqrt{3}i$		
$z = \sqrt{3} + i$		

- 2°) Comment pourrait on placer à la règle et au compas (sans utiliser ni rapporteur, ni calculatrice), le point M d'affixe $3 - 3\sqrt{3}i$?

Exercice IX (multiplication de complexes)

- 1°) Soient $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = -i$, $z_3 = -1 + 3i$ et $z_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

Calculez les produits suivants :

a) $z_1 z_2$	b) $z_2 z_3$	c) $z_2 z_4$
d) $z_1 z_4$	e) $z_2 z_1$	f) z_3^3

- 2°) Mettez z_4 sous la forme exponentielle. Déduisez-en la forme algébrique de z_4^{11} (on admettra les propriétés sur les puissances d'exponentielles).

Exercice X (rotation autour de l'origine O)

- 1°) Soit A le point de coordonnées $(4; 1)$.

Déterminez les images de A par les rotations autour de O d'angles respectifs (faites une figure pour contrôler vos réponses) :

a) 180°	b) 100 gr	c) -45°
d) $-\frac{5\pi}{6}$	e) 250 gr	f) $\frac{7\pi}{4}$

- 2°) Déterminez l'image de A par 14 rotations successives de -30° autour de O .

Exercice XI (rotation autour du point quelconque)

Soit A le point de coordonnées $(4; 1)$.

Déterminez les images de A par les rotations (faites une figure pour contrôler vos réponses) :

- 1°) d'angle 90° autour de $B(1; -1)$;
- 2°) d'angle 45° autour de $C(2; 0)$;
- 3°) d'angle -120° autour de $D(-4; 2)$;
- 4°) d'angle 3660° autour de $E(0; 3)$;