TP : Optimisation (avec Geogebra)

Le but de ce TP est d'utiliser Geogebra pour trouver le maximum ou le minimum de certaines fonctions. On va commencer par un exemple guidé (exercice 1) ; les autres le sont beaucoup moins.

***Rappel :** théorème de Lagrange.*
Les variations d'une fonction sont données par le signe de sa fonction dérivée.
- *si $f'(x) > 0$ sur un intervalle I alors f est strictement croissante sur I ;*
- *si $f'(x) < 0$ sur un intervalle I alors f est strictement décroissante sur I ;*
- *si $f'(x) = 0$ sur un intervalle I alors f est constante sur I.*

Exercice 1

On souhaite trouver, avec Geogebra, le maximum de la fonction f définie sur $[-2 ; 1]$ par

$$f(x) = 5x^3 + x^2 - 8x + 1$$

Démarrez Geogebra.

Activez le mode « Calcul formel » (Affichage → Calcul formel)

Le raisonnement se fait en … étapes :

① définir la fonction dans Geogebra : taper

f(x):=5x^3 + x^2 - 8x + 1

(notez l'utilisation du:= et pas du =)

② définir la fonction dérivée de f, on peut l'appeler g par exemple :

g(x):=Dérivée[f(x)]

③ déterminer à quel moment la dérivée est positive (ou à quel moment elle est négative) :

Résoudre[g(x)>0]

④ faire le tableau de variations de f sur feuille (en utilisant le th. de Lagrange) :

x	
Signe de $f'(x)=g(x)$	
Variation de f	

⑤ en déduire la valeur de x pour laquelle la fonction a un maximum (ou un minimum suivant la question)

⑥ calculer la valeur exacte de ce maximum (ou min.) :

f(…) ou simplifier(f(…))

et utiliser le bouton ≈ pour une valeur approchée (vérifier sur la courbe aussi).

Exercice 2

1°) En utilisant Geogebra, faîtes le tableau de variations complet de la fonction f définie sur **R** par

$$f(x) = 9x^4 - 38x^3 + 27x^2 + 60x + 14$$

2°) Donnez le minimum exact de cette fonction.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur [– 8 ; 7] par

$$f(x) = -x^3 - 7x^2 + 16x + 23$$

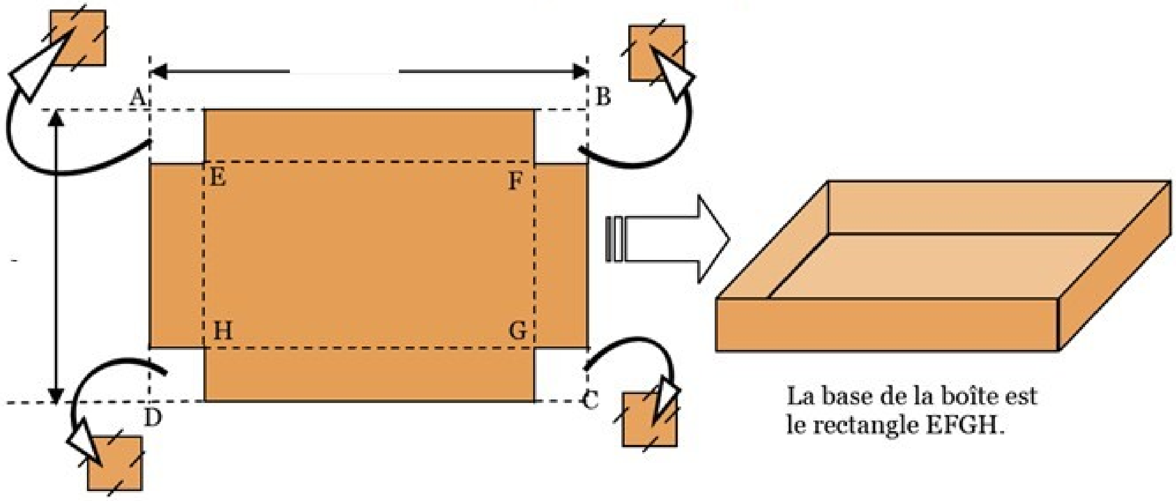
1°) Tracez la courbe de *f*, en déduire une valeur approchée du maximum de *f*.
2°) Donnez la valeur exacte de ce maximum.

Exercice 4

Résoudre le problème suivant avec Geogebra puis par le calcul.

La boite sans couvercle

A partir d'une feuille A4 de longueur 29,7 cm et de largeur 21 cm, nous souhaitons former une boîte sans couvercle en forme de pavé droit. Pour cela, il suffit de découper 4 carrés identiques aux 4 coins de la feuille.



Quelle longueur du côté du carré faut-il choisir pour obtenir un volume maximal ?

Quel est alors ce volume maximal ?

Exercice 5

Dans une usine de construction de voitures, les pièces sont assemblées grâce à Henry Ford (qui inventa et mit au point la *chaîne de montage* en 1906). Cependant, avant d'être assemblées, les portières de la voiture doivent être peintes. C'est pourquoi une énorme cuve cylindrique en acier, d'un volume de 64 m^3, stocke de la peinture. Nous vous demandons de trouver les dimensions de la cuve pour que la quantité de métal nécessaire à sa construction soit minimale. Remarque : la cuve est totalement fermée.