

TP : équations différentielles du premier ordre

(source des équations : http://sebjaumaths.free.fr/BTS_AVA_2/exercices/td_equ_diff_1.pdf)

Le but de ce TP est de revoir la résolution des équations différentielles du premier ordre ainsi que les outils utiles de Geogebra.

Exercice I

Soit l'équation différentielle (E) :

$$y' + y = 3x - 2$$

où y désigne une fonction dérivable de la variable réelle x et y' sa dérivée.

	1°) Résoudre l'équation différentielle (H) : $y' + y = 0$.
	Vérifiez.
	2°) Vérifiez que la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 3x - 5$ est solution de l'équation (E).
	Vérifiez.
	3°) En déduire toutes les solutions de (E).
	Vérifiez.
	4°) Trouvez la solution f de (E) qui vérifie : $f(0) = -1$
	Vérifiez. Il y a ici (au moins ?) deux possibilités : <ul style="list-style-type: none">• soit procéder de façon analogue au 1°) ;• soit créer un curseur nommé « k » et le déplacer jusqu'à ce que la courbe de f passe par le point de coordonnées (... ; ...).

Exercice II

Procédez de la même façon qu'à l'exercice I : calcul « à la main » puis vérification avec Geogebra.
Soit l'équation différentielle (E) :

$$y' + 3y = 6x$$

où y désigne une fonction dérivable de la variable réelle x et y' sa dérivée.

 et 	<p>1°) Résoudre l'équation différentielle (H) :</p> $y' + 3y = 0.$ <p>2°) Déterminer les deux nombres réels a et b tels que la fonction g définie sur \mathbb{R} par :</p> $g(x) = ax + b,$ <p>soit solution de l'équation (E).</p> <p>3°) En déduire toutes les solutions de (E).</p> <p>4°) Trouvez la solution f de (E) qui vérifie :</p> $f'(0) = 5.$
--	--

Exercice III

Soit l'équation différentielle (E) :

$$2y' + y = 8e^{3t}$$

où y désigne une fonction dérivable de la variable réelle t et y' sa dérivée.

 et 	<p>1°) Résoudre l'équation différentielle (H) :</p> $2y' + y = 0.$ <p>2°) Déterminer le nombre réel a tel que la fonction g définie sur \mathbb{R} par :</p> $g(t) = ae^{3t},$ <p>soit solution de l'équation (E).</p> <p>3°) En déduire toutes les solutions de (E).</p> <p>4°) Trouvez la solution f de (E) qui vérifie :</p> $f(0) = 3.$
--	---

Exercice IV

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' = 2y + \cos x$$

 et 	<p>1°) Déterminer deux nombres réels a et b tels que la fonction f_0 définie sur \mathbb{R} par :</p> $f_0(x) = a \cos x + b \sin x$ <p>soit une solution de (E).</p> <p>2°) Résoudre l'équation différentielle (E₀) :</p> $y' = 2y.$ <p>3°) En déduire les solutions de (E).</p> <p>4°) Déterminer la solution f de (E) vérifiant $f(\pi/2) = 0$.</p>
--	---