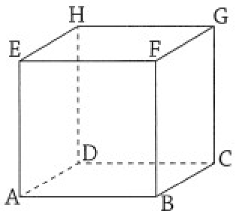
Source : Delagrave 2014

29 *** BTS Le solide représenté sur la figure est un cube de côté 3 cm.



1. On désigne par I le milieu du segment $[BC]$.

Dans cet exercice, on admet que les droites (HD) et (DI) sont perpendiculaires.

a. Justifier que $AH = 3\sqrt{2}$, $IA = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ et $HI = \dfrac{9}{2}$.

b. Démontrer que $\cos \widehat{HIA} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

On rappelle la formule d'Al-Kashi dans un triangle MNP quelconque : $MN^2 = PN^2 + PM^2 - 2PN \times PM \times \cos \widehat{MPN}$.

c. En déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{HIA}$. Arrondir à 10^{-1}.

2. a. On désigne par V le volume de la pyramide HAID. Montrer que $V = \dfrac{9}{2}$.

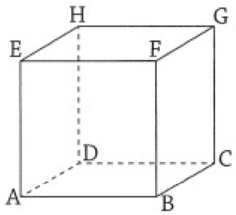
b. On admet que $\sin \widehat{HIA} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$. En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle HIA.

On rappelle que l'aire d'un triangle quelconque MNP peut être donnée par $\dfrac{1}{2} MN \times MP \times \sin \widehat{NMP}$.

c. Déduire de ce qui précède la valeur exacte de la distance du point D au plan défini par le triangle HIA.

Source : Delagrave 2014

29 *** BTS Le solide représenté sur la figure est un cube de côté 3 cm.



1. On désigne par I le milieu du segment $[BC]$.

Dans cet exercice, on admet que les droites (HD) et (DI) sont perpendiculaires.

a. Justifier que $AH = 3\sqrt{2}$, $IA = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ et $HI = \dfrac{9}{2}$.

b. Démontrer que $\cos \widehat{HIA} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

On rappelle la formule d'Al-Kashi dans un triangle MNP quelconque : $MN^2 = PN^2 + PM^2 - 2PN \times PM \times \cos \widehat{MPN}$.

c. En déduire la mesure en degrés de l'angle $\widehat{HIA}$. Arrondir à 10^{-1}.

2. a. On désigne par V le volume de la pyramide HAID. Montrer que $V = \dfrac{9}{2}$.

b. On admet que $\sin \widehat{HIA} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$. En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle HIA.

On rappelle que l'aire d'un triangle quelconque MNP peut être donnée par $\dfrac{1}{2} MN \times MP \times \sin \widehat{NMP}$.

c. Déduire de ce qui précède la valeur exacte de la distance du point D au plan défini par le triangle HIA.