Exercices : matrices

2Nathan, Exos&méthodes, pages 123 et 124

36

Étude d'une fabrication

Une entreprise fabrique 3 articles X, Y, Z.

Chaque article passe dans trois ateliers différents A_1, A_2, A_3.

Le tableau donne les temps d'utilisation de chaque atelier pour un article X, un article Y, un article Z.

	X	Y	Z
A1	2	1	2
A2	3	2	1
A3	4	5	2

On lit, par exemple, que la fabrication d'un article X nécessite :

– 2 heures d'utilisation de l'atelier A_1,
– 3 heures d'utilisation de l'atelier A_2,
– 4 heures d'utilisation de l'atelier A_3.

On sait que, pour une période donnée :

– l'atelier A_1 a travaillé 33 h ;
– l'atelier A_2 a travaillé 40 h ;
– l'atelier A_3 a travaillé 69 h.

On se propose de déterminer combien d'articles de chaque type l'entreprise a fabriqué durant cette période.

On note x, y, z le nombre d'articles X, Y, Z fabriqués durant la période.

1. Montrer que le temps d'utilisation de l'atelier A_1 est, en heures, $2x + y + 2z$.

2. Exprimer en fonction de x, y, z :
• le temps d'utilisation de l'atelier A_2,
• le temps d'utilisation de l'atelier A_3.

3. Résoudre le système :

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 33 \\ 3x + 2y + z = 40 \\ 4x + 5y + 2z = 69 \end{cases}$$

4. Donner, pour la période donnée, le nombre d'articles de chaque type que l'entreprise a fabriqués.

Nathan, Exos&méthodes, page 124

37

Prévision d'un marché

A et B sont deux produits concurrentiels sur le marché ; on suppose qu'aucun produit nouveau n'apparaît sur le marché.

En 2014, les parts de marché de A et de B sont représentées par la matrice colonne :

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,7 \end{pmatrix}.$$

Cela signifie que A a 30 % du marché et que B a 70 % du marché. La répartition probable pour 2015 est représentée par la matrice colonne :

$$P_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}.$$

On suppose que $P_1 = M \times P_0$ avec :

$$M = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 \\ 0,6 & 0,8 \end{pmatrix};$$

la matrice M est appelée matrice de transition.

1. a) Calculez P_1.

b) Vérifier que $x_1 + y_1 = 1$.

c) Donner les parts de marché de A et de B pour 2015.

2. La répartition probable pour 2016 est représentée par la matrice colonne :

$$P_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

On suppose que l'évolution du marché suit la même loi que précédemment.

a) Calculer P_2.

b) Donner les parts de marché de A et de B pour 2016.

3) Calculez les parts de marché pour 2030.

Exercices : matrices

Nathan, Exos&méthodes, page 124

38

Étude d'une production

Une entreprise fabrique trois types d'appareils A, B, C.

Pour chaque type elle utilise trois types d'énergie : électricité, gaz, pétrole.

La production mensuelle de l'entreprise est représentée par la matrice :

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Cela signifie que dans le mois considéré, elle a produit x_1 appareils du type A, x_2 appareils du type B, x_3 appareils du type C.

Les quantités d'énergie nécessaires, en unités d'énergie, pour cette production sont représentées par la matrice :

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}.$$

Cela signifie que l'entreprise a consommé y_1 unités d'électricité, y_2 unités d'énergie de gaz, y_3 unités d'énergie de pétrole.

On a $Y = M \times X$ avec $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le nombre d'unités de chaque énergie nécessaire pour une production de 20 appareils A, 10 appareils B, 5 appareils C.

2. Durant le mois considéré, l'entreprise a consommé 29 unités d'électricité, 43 unités de gaz, 111 unités de pétrole.
Combien d'appareils de chaque type a-t-elle fabriqués ?

Foucher BTS 2009, page 274

Programme de production

Une usine fabrique, chaque jour, trois produits A, B, C en quantités respectives x_1, x_2, x_3 à partir de pièces de modèles m_1, m_2, m_3.
Le nombre de pièces de modèles m_1, m_2, m_3 nécessaires à la fabrication des produits A, B, C est donné par le tableau suivant :

	A	B	C
m_1	2	3	5
m_2	1	4	2
m_3	1	2	6

Un « programme de production » journalier s'exprime par une matrice $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

(Par exemple le programme de production $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ correspond pour la journée concernée à une production de 3 produits A, 5 produits B et 7 produits C).

Pour réaliser un « programme de production » $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ on utilise y_1 pièces de modèle m_1, y_2 pièces de modèle m_2 et y_3 pièces de modèle m_3, ce que l'on représente par la matrice $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$.

On a l'égalité matricielle :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

1° Calculer les nombres de pièces de modèles respectifs m_1, m_2, m_3 dont il faut disposer pour pouvoir fabriquer dans une journée 3 produits A, 4 produits B et 5 produits C.

2° On dispose un certain jour d'un stock de 31 pièces de modèle m_1, 24 pièces de modèle m_2 et 28 pièces de modèle m_3. Combien de produits A, B, C peut-on fabriquer ce jour-là ?