

Exercices : Loi binomiale

Exercice I

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,7$.

- 1°) Trouvez, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de :
- a) $P(X = 3)$
 - b) $P(X \leq 4)$
 - c) $P(X < 2)$
 - d) $P(X > 4)$
 - e) $P(X \geq 6)$
 - f) $P(2 \leq X < 5)$.
- 2°) Donnez l'espérance, la variance et l'écart type de X .

Exercice II

Un joueur de tennis effectue une mise en jeu. Pour cela, il a droit à deux tentatives : un premier service suivi, s'il n'est pas réussi, d'un deuxième service.

La probabilité pour que le premier service réussisse est $\frac{2}{3}$. S'il a échoué, la probabilité que le deuxième service réussisse est $\frac{4}{5}$. Lorsque les deux services échouent, on dit qu'il y a double faute, sinon la mise en jeu est réussie.

- 1°) Montrez que la probabilité que la mise en jeu soit réussie est égale à $\frac{14}{15}$.
- 2°) Ce joueur fait 10 mises en jeu successives indépendantes. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de mises en jeu réussies.
- a) Quelle est la loi suivie par X (justifiez) ?
 - b) Donnez $p(X = 9)$ et interprétez le résultat.
 - c) Calculez la probabilité pour qu'il réussisse au moins 8 mises en jeu. Le résultat sera donné avec trois décimales.
 - d) Calculez l'espérance et l'écart type de X .

d'après : <http://www.mathsaulycce.sitew.com/BTS.E.htm>
où vous trouverez d'autres exercices pour vous entraîner.

Exercice III (d'après groupement D, 2002)

Un atelier produit en grande série des disques de diamètre nominal 25 mm. On suppose que 3 % des disques de la production sont défectueux. On prélève au hasard un lot de 60 disques dans la production ; la production étant très importante, ce prélèvement peut être assimilé à un tirage avec remise. On désigne par Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 60 disques, associe le nombre de disques défectueux.

- 1°) Quelle est la loi suivie par Y ? Donner ses paramètres.

- 2°) Calculer les probabilités (arrondir au millième le plus proche) qu'un lot de 60 disques contienne :
- a) exactement deux disques défectueux ;
 - b) au moins deux disques défectueux ;
 - c) au plus deux disques défectueux.

Exercice IV

Une machine fabrique des vis pour la construction.

Partie A : Statistique

On a mesuré les diamètres en millimètres d'un échantillon de 1 000 vis fabriquées par une machine. On a obtenu les résultats suivants :

Diamètres en mm	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2	1,9
Effectifs	18	35	175	180	200	160	150	40	22	12	8

- 1°) Déterminer la valeur approchée arrondie à 10^{-1} de la moyenne \bar{x} et de l'écart type σ de cette série statistique.
- 2°) On considère une vis comme défectueuse si son diamètre est inférieur ou égal à 2,2 mm ou supérieur ou égal à 2,8 mm. Calculer le pourcentage de vis défectueuses fabriquées par la machine à partir de l'échantillon précédent.

Partie B : Probabilités

On considère désormais que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production soit défectueuse est 0,135. On prélève au hasard un échantillon de 100 vis dans la production. La production est suffisamment importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de cent vis. Soit X la variable aléatoire qui associe à tout échantillon de 100 vis le nombre de vis défectueuses de cet échantillon.

- 1°) Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. On donnera les paramètres de cette loi.
- 2°) Quelle est la probabilité qu'un lot ne contienne aucune vis défectueuse ? On donnera une valeur approchée du résultat arrondie à 10^{-7} .
- 3°) Quelle est la probabilité qu'un lot contienne exactement 95 vis non défectueuses ? On donnera une valeur approchée du résultat arrondie à 10^{-4} .