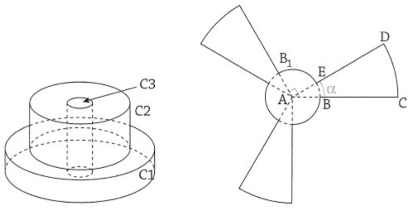
Suppléments : Configurations géométriques du plan et de l'espace

Sources : Delagrave 2014 (ex1et 2) ; Exos&méthodes Nathan 2014 (ex3 et 4).

Exercice 1

Une entreprise fabrique des ventilateurs en matériaux composites, constitués de plusieurs pièces, dont le support se fixant sur l'axe moteur (pièce de type 1), et l'ensemble des trois pales (pièce de type 2). Les pièces ne sont pas représentées à la même échelle.



Pièce de type 1 Pièce de type 2 (en vue supérieure)

1. La pièce de type 1 est constituée de deux cylindres C1 (de hauteur 1 cm et de rayon 3 cm) et C2 (de hauteur 2 cm et de rayon 2 cm), percés d'un troisième cylindre C3 (de hauteur 3 cm et de rayon 0,5 cm).

a. Déterminer les volumes des cylindres C1, C2 et C3.

b. En déduire le volume de la pièce de type 1.

2. La pièce de type 2 est constituée d'un cylindre de hauteur 2 mm et de rayon 3 cm puis de trois pales d'épaisseur 2 mm. En vue supérieure, la section du cylindre est le disque de centre A et de rayon $AB = 3$ cm ; une pale est modélisée par un secteur angulaire d'angle $\alpha = 30°$. On donne également $AC = AD = 9$ cm et le triangle AEB_1 est rectangle en A.

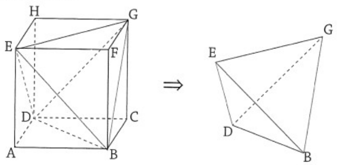
a. Calculer l'aire du secteur angulaire de centre A et d'arc $\overset{\frown}{CD}$.

b. Déterminer la surface de la pièce de type 2 en vue supérieure.

c. En déduire le volume de la pièce de type 2.

Exercice 2

On dispose d'un cube ABCDEFGH dont une arête mesure 10 cm. On coupe le cube suivant les plans (BDG), (BDE), (BEG) et (DEG). On obtient le tétraèdre DEGB.



1. Montrer que ce tétraèdre est régulier, c'est-à-dire montrer que les six arêtes du tétraèdre ont la même longueur.

2. a. Calculer la valeur exacte de l'aire en cm² d'une face de ce tétraèdre.

b. Soit I le centre de gravité du triangle DEG. On admet que la droite (BI) est perpendiculaire au plan (DEG).

Montrer que $BI = \dfrac{20}{\sqrt{3}}$ cm.

c. En déduire la valeur exacte du volume V, en cm³, du tétraèdre.

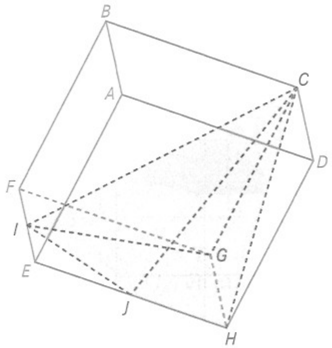
d. Donner une valeur approchée arrondie à 10^{-1} de V.

Exercice 3

On dispose d'un cube *ABCDEFGH*, dessiné ci-dessous, dont l'arête mesure 6 cm.

Soit I le milieu du segment $[EF]$ et J le point du segment $[EH]$ tel que $EJ = 2$ cm.

On considère la pyramide *CIJHG*.



1. a) Représenter en vraie grandeur la face *EHGF* et placer les points I et J.

b) Calculer l'aire en cm² du quadrilatère *GIJH*.

c) En déduire le volume V de la pyramide.

On rappelle que le volume d'une pyramide est $\dfrac{1}{3}\mathcal{B}h$ où $\mathcal{B}$ désigne l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.

2. Calculer la longueur de toutes les arêtes de cette pyramide *CIJHG*.

Exercice 4

Une cheminée d'aération représentée sur la figure 1 a pour section droite un trapèze isocèle. On veut placer dans cette cheminée un plan vertical parallèle aux deux autres plans parallèles, qui partage le flux en deux volumes égaux.

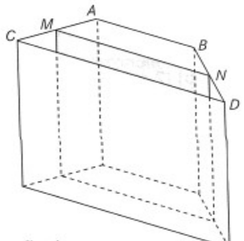


fig. 1

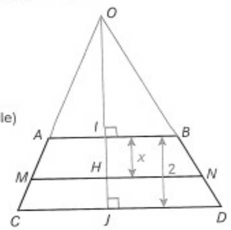
Cela revient à trouver dans la section droite représentée sur la figure 2 une droite (MN) parallèle aux droites (AB) et (CD) de façon que les aires des trapèzes *ABNM* et *MNDC* soient égales.

Les droites (AC) et (BD) se coupent en O ; I est le milieu de (AB), J est le milieu de (CD) et H est le milieu de (MN).

On donne $AB = 2{,}4$ m ; $CD = 4$ m ; $IJ = 2$ m.

On pose : $OI = h$; $IH = x$.

fig. 2
(non à l'échelle)



1. Calculer l'aire $\mathcal{A}$, en m², du trapèze *ABDC*.

2. Montrer que $\dfrac{AB}{h} = \dfrac{CD}{h + IJ}$.

En déduire la valeur de h.

3. Montrer que $\dfrac{AB}{h} = \dfrac{MN}{h + x}$.

En déduire l'expression de MN en fonction de x.

4. Calculer, en fonction de x, l'aire $\mathcal{A}'$, en m², du trapèze *ABNM*.

5. Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire du trapèze *ABNM* est la moitié de celle du trapèze *ABDC*.

On donnera la valeur arrondie au cm.

Suppléments : Configurations géométriques du plan et de l'espace