

L'essentiel sur les lois de probabilité

Remarques :

- les deux premières lois (binomiale et Poisson) sont des **lois discrètes** où X ne prend que des valeurs entières ; les trois dernières lois (uniforme, exponentielle et normale) sont des **lois continues**, on a alors $p(X = k) = 0$ et $p(X \leq k) = p(X < k)$.
- quand on approche une loi par une autre loi, on s'arrange pour conserver l'espérance et l'écart-type, ce qui permet de définir les paramètres de la loi d'approximation.

	Loi	Paramètres	Cas d'utilisation (dans les sujets)	Calculs de probabilités	Espérance et écart type
lois discrètes	Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$	n : nombre de tirages p : probabilité d'avoir un « succès » sur un seul tirage.	Schéma de Bernoulli : répétition de n épreuves identiques, indépendantes (exemple : tirage <u>avec</u> remise) et ne pouvant déboucher chacune que sur deux éventualités : « succès » (probabilité p) ou « échec » (probabilité $q = 1 - p$). Si X est le nombre total de succès alors X suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$.	La calculatrice donne les valeurs de $p(X = k)$ ou de $p(X \leq k)$ Remarque : si on cherche $p(X \geq 3)$ alors on calculera $1 - p(X \leq 2)$ et pas $1 - p(X \leq 3)$!	$E(X) = np$ $\sigma(X) = \sqrt{npq}$
	Loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$	λ : espérance.	Elle sert souvent pour une approximation d'une loi binomiale. Le paramètre est alors $\lambda = np$.	La calculatrice donne les valeurs de $p(X = k)$, de $p(X \leq k)$ et du nombre k tel que $p(X \leq k) = p$.	$E(X) = \lambda$ $\sigma(X) = \sqrt{\lambda}$
lois continues	Loi uniforme sur $[a; b]$	a et b : bornes de l'intervalle	Utilisation précisée dans le sujet.	$p(c \leq X \leq d) = \frac{\text{longueur de } [c; d] \cap [a; b]}{\text{longueur de } [a; b]}$ $= \frac{d - c}{b - a} \text{ si } a \leq c \leq d \leq b.$	$E(X) = \frac{a + b}{2}$ $\sigma(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$
	Loi exponentielle	λ : inverse de l'espérance	Utilisation précisée dans le sujet.	$p(X \leq k) = 1 - e^{-\lambda k}$ et $p(X \geq k) = e^{-\lambda k}$.	$E(X) = \frac{1}{\lambda}$ $\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$
	Loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma)$	m : espérance σ : écart type.	Le sujet précise que l'on utilise une loi normale : – soit les paramètres de cette loi sont donnés, – soit le sujet dit que l'on approche une loi binomiale par une loi normale. Dans ce second cas, on a : $m = np$ et $\sigma = \sqrt{npq}$.	La calculatrice donne les valeurs de $p(a \leq X \leq b)$ et du nombre k tel que $p(X \leq k) = p$. Remarque : pour trouver $p(X \leq 3)$, on choisira $a = -10^{99}$ (par exemple) et $b = 3$.	$E(X) = m$ $\sigma(X) = \sigma$