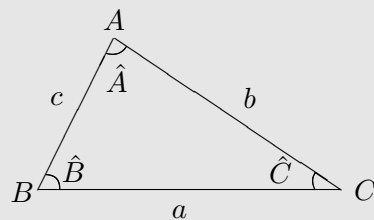


Cours et exercices : Relations métriques dans le triangle

1) Notations usuelles pour la suite

Nous utiliserons dans la suite les notations suivantes : $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$; \hat{A} est une mesure de l'angle \widehat{BAC} , \hat{B} de l'angle \widehat{ABC} et \hat{C} de l'angle \widehat{ACB} (de sorte que le côté de longueur c soit celui qui est « en face » de l'angle \hat{C}).



2) Calcul de l'aire d'un triangle sans connaître une hauteur

Propriété 1 (aire d'un triangle)

L'aire S d'un triangle ABC est égale à :

$$S = \frac{1}{2} a \times b \times \sin \hat{C} = \frac{1}{2} b \times c \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \times c \times \sin \hat{B}.$$

3) Calcul d'angles ou de côtés d'un triangle quelconque

Propriété 2

Formule des trois sinus :

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

EXEMPLE 1 :

Soit ABC un triangle tel que $\widehat{ACB} = 20^\circ$, $AB = 5$ et $AC = 7$. Donner une valeur approchée de \widehat{ABC} et de BC (attention : il y a deux solutions ; faites une figure).

Propriété 3

Formule d'Al-Kashi :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos \hat{A}$$

Cette formule peut aussi s'écrire, par exemple, $c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.\cos \hat{C}$.

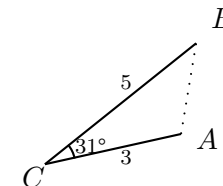
EXEMPLE 2 :

Soit ABC un triangle tel que $AB = 5$, $BC = 4$ et $\widehat{CBA} = 60^\circ$. Calculer AC et les autres angles du triangle.

Remarque : dans ces deux relations, on doit connaître trois quantités (trois longueurs, deux côtés et un angle ou deux angles et un côté) pour en calculer une quatrième.

Exercice I

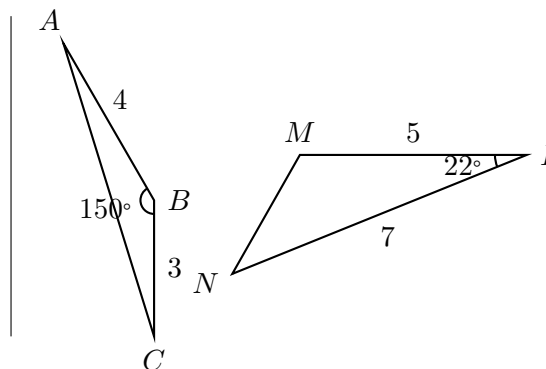
On cherche à calculer la distance entre deux villages A et B qui sont séparés par une montagne. On choisit un point C distinct de A et de B et tel que la mesure de la distance CA et CB soit possible : on trouve $CA = 3$ km et $CB = 5$ km. On mesure enfin l'angle \widehat{ACB} , on trouve $\widehat{ACB} = 31^\circ$. Donner une valeur approchée de la distance entre les deux villages A et B .



Exercice II

1°) Calculer le périmètre et l'aire des deux triangles ci-contre.

2°) Calculer la longueur de la médiane issue de B dans le cas du premier triangle.



Exercice III

Donner une valeur approchée du périmètre et de l'aire de $ABCD$.

