

Loi uniforme sur $[a ; b]$

EXEMPLE 1 :

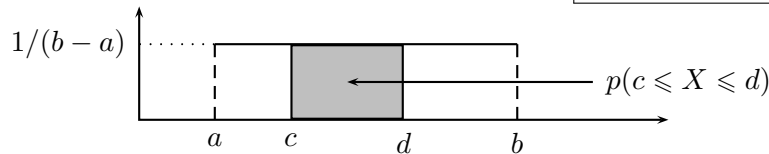
Une chaîne de fast-food met en place des robots pour assurer le service. Ceux-ci sont programmés pour servir un client en exactement 5 minutes. Un client entre dans le fast-food et il n'y a qu'une personne devant lui. Quelle est la probabilité qu'il ait à attendre entre 1 et 4 minutes ?

Réponse : On présuppose que toutes les durées d'attente sont équiprobables (par exemple, il est aussi probable d'attendre 1 minute que 3 minutes). La probabilité est alors proportionnelle à l'amplitude de l'intervalle considéré :

Amplitude	Probabilité
De 0 à 5 min donc 5 min	1
De 1 à 4 min donc 3 min	$\frac{1 \times 3}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$

Définition

Soit X une variable aléatoire pouvant prendre n'importe quelle valeur de l'intervalle $[a ; b]$. X suit la **loi uniforme** sur $[a ; b]$ si $p(c \leq X \leq d) = \frac{d - c}{b - a}$.



Remarques :

– Comme X peut prendre une infinité de valeurs, la probabilité que X prenne une valeur donnée est $p(X = c) = 0$; par conséquent : $p(X \leq c) = p(X < c)$

– on a également : $p(X \leq c) = \frac{c - a}{b - a}$ et $p(X \geq c) = \frac{b - c}{b - a}$.

EXEMPLE 3 : Calculez les valeurs de :

$$p(2 < X \leq 4,5); \quad p(X \leq 3); \quad p(X > 1).$$

Propriété 1

Espérance, variance et écart type pour une loi uniforme :

$$E(X) = \frac{a + b}{2} \quad V(X) = \frac{(b - a)^2}{12} \quad \sigma(X) = \frac{b - a}{2\sqrt{3}}$$

Loi uniforme sur $[a ; b]$

EXEMPLE 1 :

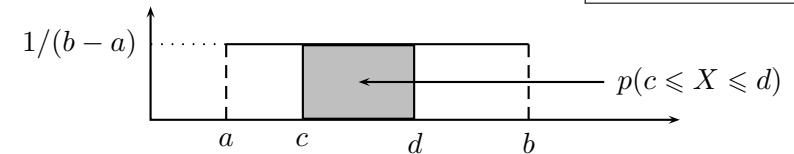
Une chaîne de fast-food met en place des robots pour assurer le service. Ceux-ci sont programmés pour servir un client en exactement 5 minutes. Un client entre dans le fast-food et il n'y a qu'une personne devant lui. Quelle est la probabilité qu'il ait à attendre entre 1 et 4 minutes ?

Réponse : On présuppose que toutes les durées d'attente sont équiprobables (par exemple, il est aussi probable d'attendre 1 minute que 3 minutes). La probabilité est alors proportionnelle à l'amplitude de l'intervalle considéré :

Amplitude	Probabilité
De 0 à 5 min donc 5 min	1
De 1 à 4 min donc 3 min	$\frac{1 \times 3}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$

Définition

Soit X une variable aléatoire pouvant prendre n'importe quelle valeur de l'intervalle $[a ; b]$. X suit la **loi uniforme** sur $[a ; b]$ si $p(c \leq X \leq d) = \frac{d - c}{b - a}$.



Remarques :

– Comme X peut prendre une infinité de valeurs, la probabilité que X prenne une valeur donnée est $p(X = c) = 0$; par conséquent : $p(X \leq c) = p(X < c)$

– on a également : $p(X \leq c) = \frac{c - a}{b - a}$ et $p(X \geq c) = \frac{b - c}{b - a}$.

EXEMPLE 3 : Calculez les valeurs de :

$$p(2 < X \leq 4,5); \quad p(X \leq 3); \quad p(X > 1).$$

Propriété 1

Espérance, variance et écart type pour une loi uniforme :

$$E(X) = \frac{a + b}{2} \quad V(X) = \frac{(b - a)^2}{12} \quad \sigma(X) = \frac{b - a}{2\sqrt{3}}$$