

Mathématiques

DEVOIR MAISON N°9

POUR JEUDI 15-4-2020

STS1 AMCR

Exercice I

Donnez les fonctions solutions de chacune des équations différentielles suivantes :

1°) $(E_1) : y' + y = 0$

2°) $(E_2) : 4y' - 3y = 0$

3°) $(E_3) : 2y' = -4y$

Exercice II

Soit l'équation différentielle (E) :

$$y' + 3y = 9x^2 - 2.$$

1°) Vérifier que la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 2x$ est une solution de (E) .

2°) Résoudre l'équation différentielle (E_0) :

$$y' + 3y = 0.$$

3°) En déduire les solutions de l'équation différentielle (E) .

4°) Déterminez la solution h de (E) telle que $h'(0) = 3$.

Exercice III

L'étude d'un mouvement a montré que la vitesse exprimée en mètres par seconde est une fonction dérivable y de la variable réelle positive t vérifiant l'équation différentielle $(E) : y' + 2y = 50$.

1°) Résoudre, sur l'intervalle $[0; +\infty[$, l'équation différentielle

$$y' + 2y = 0.$$

2°) Déterminer une fonction constante solution de l'équation (E) sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

3°) En déduire la solution générale de (E) sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

4°) Sachant que la vitesse initiale à l'instant $t = 0$ est nulle, déterminer la vitesse y en fonction de t .

5°) Quelle est la vitesse au temps $t = 10$?

Exercice IV (Bonus)

On considère l'équation différentielle $(E) : y' - 2y = 4x$, où y désigne une fonction de la variable x définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} et y' sa dérivée.

1°) Soit l'équation différentielle $(E') : y' - 2y = 0$.

Résoudre l'équation différentielle (E') .

2°) Déterminer les réels a et b tels que la fonction g définie pour tout x réel par $g(x) = ax + b$ soit une solution particulière de l'équation (E) .

3°) a) Résoudre l'équation différentielle (E) .

b) Déterminer la fonction f , solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle (E) satisfaisant la condition : $f(0) = 0$.