Exercice I

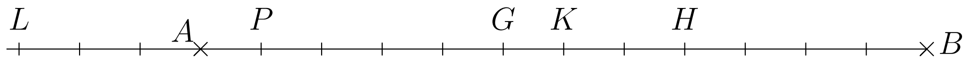
1°) $\overrightarrow{AG} = \dfrac{5}{12}\overrightarrow{AB}$;

2°) $\overrightarrow{BH} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}$;

3°) K est le milieu de $[AB]$;

4°) $\overrightarrow{AL} = \dfrac{-3}{12}\overrightarrow{AB} = -\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$;

5°) $\overrightarrow{GP} = \dfrac{4}{5}\overrightarrow{GA}$.



Exercice II

1°) $G\ (-7\,;\,4\,;\,24)$

2°) $H\ (11/7\,;\,18/7\,;\,4)$

3°) $K\ (3\,;\,7/3\,;\,2/3)$

4°) $L = K$

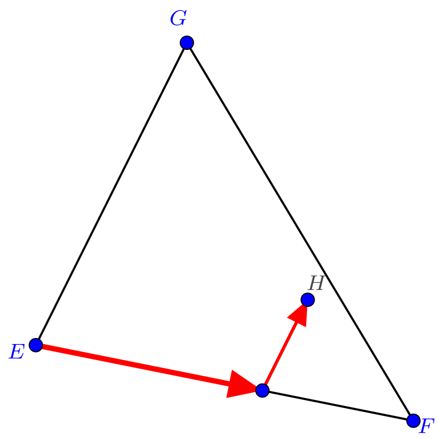
Exercice III

1°) a) En utilisant la propriété 5 du cours :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EH} &= \frac{6}{1+6+3}\overrightarrow{EF} + \frac{3}{1+6+3}\overrightarrow{EG} \\ &= \frac{3}{5}\overrightarrow{EF} + \frac{3}{10}\overrightarrow{EG}\end{aligned}$$

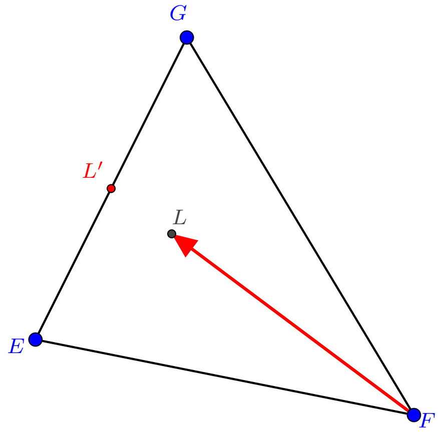
Il ne reste plus qu'à construire, en partant de E, le vecteur $\dfrac{3}{5}\overrightarrow{EF}$ puis, à la suite, le vecteur $\dfrac{3}{10}\overrightarrow{EG}$; voir la construction ci-contre.

b) Même principe. Remarque : K est aussi le barycentre de $(E,1)$, $(F,1)$, $(G,1)$; c'est-à-dire l'isobarycentre ou centre de gravité. Il suffisait donc de tracer deux médianes du triangle, qui se coupent en K.

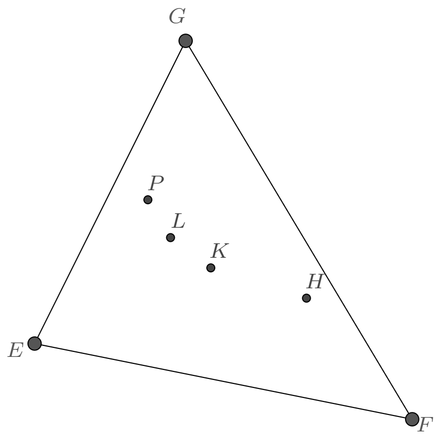


2°) a) Soit L' le barycentre de $(E{,}2)$, $(G{,}2)$, comme les « masses » sont égales, L' est le milieu de $[EG]$.
Il ne reste plus qu'à construire le barycentre de $(F{,}1)$, $(L'{,}4)$ avec la propriété 2 du cours : $\overrightarrow{FL} = \frac{4}{5}\overrightarrow{FL'}$.

b) Là encore, on peut être astucieux en définissant le barycentre partiel P' de $(E{,}4)$, $(F{,}1)$, alors P sera le barycentre de $(P'{,}5)$, $(G{,}5)$ donc le milieu de $[P'G]$.



Les quatre barycentres de cet exercice :



Exercice IV

2°) Je détaille le calcul des coordonnées de H ; il suffit de faire la moyenne des coordonnées de E (coefficient 1), de F (coef. 6) et de G (coef. 3) :

$$x_H = \frac{1 \times x_E + 6 \times x_F + 3 \times x_G}{1+6+3} = \frac{1 \times (-3) + 6 \times 2 + 3 \times (-1)}{1+6+3} = \frac{6}{10} = 0{,}6\,;$$

$$y_H = \frac{1 \times y_E + 6 \times y_F + 3 \times y_G}{1+6+3} = \frac{1 \times (-1) + 6 \times (-2) + 3 \times 3}{1+6+3} = \frac{-4}{10} = -0{,}4.$$

Les coordonnées de H sont donc $(0{,}6\,;\,-0{,}4)$.

De même, $K\ (-2/3\,;\,0)$; $L\ (-1{,}2\,;\,0{,}4)$; $P\ (-1{,}5\,;\,0{,}9)$.